Equazioni di Primo grado

Definizioni

Si dice **equazione di primo grado** un'uguaglianza tra due espressioni algebriche verificata solo per un determinato valore della variabile x, detta incognita.
Si chiama quindi **soluzione** di un'equazione il valore numerico che sostituito all'incognita rende vera l'equazione. Risolvere un'equazione significa trovare la soluzione dell'equazione.

Esempio: $x+3x=4$ è verificata per $x=1$, infatti $1+3=4$, ma non è verificata per altri valori di x, per esempio per $x=2$ risulta $2+6=4$ falso.

Un'equazione di primo grado si presenta in generale nella forma:

membro di sinistra = membro di destra (*)

che, per essere risolta, si può sempre ricondurre alla **forma normale**

$$ax + b = 0$$

La soluzione dipende dai valori delle costanti a e b:

- se $a = 0$ e $b \neq 0$ l'equazione non ha soluzione e si dice *impossibile*

e di conseguenza nella (*) membro di sinistra ≠ membro di destra

- se $a = b = 0$ l'equazione è soddisfatta per qualsiasi valore della variabile e si dice *indeterminata*

e di conseguenza nella (*) membro di sinistra ≡ membro di destra

- se $a \neq 0$ l'equazione si dice determinata ed ha una e una sola soluzione

$$x = -b/a$$

e di conseguenza nella (*) membro di sinistra = membro di destra

Risoluzione

Per arrivare alla forma normale partendo da quella generale, occorre seguire determinate regole che poggiano su:

Primo principio di equivalenza:
data un'equazione, aggiungendo a entrambi i membri uno stesso numero od una stessa espressione contenente l'incognita si ottiene un'equazione equivalente.

Esempio: data l'equazione
$3x = 1 - 2x$
si può aggiungere a entrambi i membri $+2x$, si ottiene l'equazione equivalente
$3x + \mathbf{2x} = 1 - 2x + \mathbf{2x}$.

Regola del trasporto:
data un'equazione, trasportando un termine da un membro all'altro e cambiandolo di segno si ottiene un'equazione equivalente.

Esempio: data l'equazione
$3x \mathbf{+1} = \mathbf{2x} - 5$
possiamo portare +1 dopo l'uguale e 2x prima dell'uguale, otteniamo l'equazione equivalente
$3x - \mathbf{2x} = -5 \mathbf{-1}$.

Regola di cancellazione:
data un'equazione, termini uguali presenti in entrambi i membri possono essere cancellati, ottenendo un'equazione equivalente.

Esempio: data l'equazione
$3x + 1 + \mathbf{2x} = \mathbf{2x} - 5$
possiamo cancellare 2x prima dell'uguale e lo stesso 2x dopo l'uguale, ottenendo l'equazione equivalente
$3x + 1 = -5$.

Secondo principio di equivalenza:
data un'equazione, moltiplicando ambo i membri per un numero diverso da zero si ottiene un'equazione equivalente.

Esempio: data l'equazione
$3x = 4$
possiamo dividere primo e secondo membro per 3 ottenendo l'equazione equivalente
$3x/\mathbf{3} = 4/\mathbf{3}$
semplificando
$x = 4/3$.

Regola della divisione per un fattore comune diverso da zero:
data un'equazione in cui tutti i termini hanno un fattore comune diverso da zero, dividendo per tale numero si ottiene un'equazione equivalente.

Esempio: nell'equazione
$3x - 6 = 9x + 18$
si possono semplificare tutti i termini per **3**, si ottiene l'equazione equivalente
$x - 2 = 3x + 6$.

Regola del cambiamento di segno:
data un'equazione, cambiando segno a tutti i termini di entrambi i membri si ottiene un'equazione equivalente.

Esempio: nell'equazione
$-3x = -2$
si possono cambiare di segno tutti i termini ottenendo l'equazione equivalente
$3x = 2$.

Un'equazione si dice **equazione algebrica** o **polinomiale** se è riconducibile, mediante i principi di equivalenza, a un polinomio uguagliato a zero. Il grado del polinomio è detto **grado dell'equazione**. Nel nostro caso il grado è pari ad 1.

Teorema fondamentale dell'algebra:
ogni equazione algebrica di grado n ammette esattamente n soluzioni nell'insieme dei numeri complessi (alcune delle soluzioni possono coincidere). Nel nostro caso, se la soluzione esiste, è unica.

Esercizi

Affrontiamo alcune tra le più semplici tipologie di equazioni di primo grado che possiamo incontrare.
Detti a, b, c, d, k dei numeri o l'incognita x:

Tipologia **ab = cd**

incognita in a:
1) x.4 = 5.2
2) x.(-3) = -4.2
3) x.5 = 5.2
4) x.7 = 5.14

incognita in b:
5) 6.x = 3.2
6) 8.x = 3. (-2)
7) -x = -5.4
8) 9.x = -3.2

incognita in c:
9) -2.4 = x.3
10) 12.4 = x.2
11) -7.3 = x.(-5)
12) -9.7 = x.3

incognita in d:
13) 2.3 = 5.x
14) -4.4 = -3.x
15) -12.2 = -7.x
16) -5.8 = 8.x

Tipologia **ab = c/d**

incognita in a:
17) x.4 = 5/2
18) x.(-3) = -4/2
19) x.5 = 5/2
20) x.7 = 5/14

incognita in b:
21) 6.x = 3/2
22) 8.x = 3/(-2)
23) -x = -5/4
24) 9.x = -3/2

incognita in c:
25) -2.4 = x/3
26) 12.4 = x/2
27) -7.3 = x/ (-5)
28) -9.7 = x/3

incognita in d:
29) 2.3 = 5/x
30) -4.4 = -3/x
31) -12.2 = -7/x
32) -5.8 = 8/x

Tipologia **a/b = cd**

incognita in a:
33) x/4 = 5.2
34) x/(-3) = -4.2
35) x/5 = 5.2
36) x/7 = 5.14
incognita in b:
37) 6/x = 3.2
38) 8/x = 3. (-2)
39) -1/x = -5.4
40) 9/x = -3.2
incognita in c:
41) -2/4 = x.3
42) 12/4 = x.2
43) -7/3 = x.(-5)
44) -9/7 = x.3
incognita in d:
45) 2/3 = 5.x
46) -4/4 = -3.x
47) -12/2 = -7.x
48) -5/8 = 8.x

Tipologia **a/b = c/d**

incognita in a:
49) x/4 = 5/2
50) x/(-3) = -4/2
51) x/5 = 5/2
52) x/7 = 5/14
incognita in b:
53) 6/x = 3/2
54) 8/x = 3/(-2)
55) -1/x = -5/4
56) 9/x = -3/2
incognita in c:
57) -2/4 = x/3
58) 12/4 = x/2
59) -7/3 = x/(-5)
60) -9/7 = x/3
incognita in d:
61) 2/3 = 5/x
62) -4/4 = -3/x
63) -12/2 = -7/x
64) -5/8 = 8/x

Tipologia **ab + k = cd**

incognita in a:
65) x.4 + 2 = 5.2
66) x.(-3) + 3 = -4.2
67) x.5 + (-2) = 5.2
68) x.7 + 6 = 5.14
incognita in b:
69) 6.x + 2 = 3.2
70) 8.x + 3 = 3. (-2)
71) -x + (-5) = -5.4
72) 9.x + 10 = -3.2
incognita in c:
73) -2.4 + 2 = x.3
74) 12.4 + 4 = x.2
75) -7.3 + (-3) = x.(-5)
76) -9.7 + 8 = x.3
incognita in d:
77) 2.3 + (-6) = 5.x
78) -4.4 + 1 = -3.x
79) -12.2 + 5 = -7.x
80) -5.8 + 1 = 8.x

Tipologia **ab +k = c/d**

incognita in a:
81) x.4 + 2 = 5/2
82) x.(-3) + 1 = -4/2
83) x.5 + 3 = 5/2
84) x.7 + (-4) = 5/14
incognita in b:
85) 6.x + 2 = 3/2
86) 8.x + 3 = 3/(-2)
87) -x + 9 = -5/4
88) 9.x + (-2) = -3/2
incognita in c:
89) -2.4 + 1 = x/3
90) 12.4 + (-1) = x/2
91) -7.3 + 3 = x/ (-5)
92) -9.7 + 8 = x/3
incognita in d:
93) 2.3 + (-2) = 5/x
94) -4.4 + 9 = -3/x
95) -12.2 + 1 = -7/x
96) -5.8 + 6 = 8/x

Tipologia **a/b +k = cd**

incognita in a:
97) x/4 + (-5) = 5.2
98) x/(-3) + 6 = -4.2
99) x/5 + 7 = 5.2
100) x/7 + 5 = 5.14
incognita in b:
101) 6/x + 1 = 3.2
102) 8/x + 2 = 3. (-2)
103) -1/x + (-1) = -5.4
104) 9/x + 8 = -3.2
incognita in c:
105) -2/4 + 3 = x.3
106) 12/4 + 1 = x.2
107) -7/3 + (-9) = x.(-5)
108) -9/7 + 4 = x.3
incognita in d:
109) 2/3 + 5 = 5.x
110) -4/4 + 10 = -3.x
111) -12/2 + 9 = -7.x
112) -5/8 + (-6) = 8.x

Tipologia **a/b + k = c/d**

incognita in a:
113) x/4 + (-5) = 5/2
114) x/(-3) + 2 = -4/2
115) x/5 + 4 = 5/2
116) x/7 + 3 = 5/14
incognita in b:
117) 6/x + 6 = 3/2
118) 8/x + (-2) = 3/(-2)
119) -1/x + 1 = -5/4
120) 9/x + 8 = -3/2
incognita in c:
121) -2/4 + 6 = x/3
122) 12/4 + 5 = x/2
123) -7/3 + (-3) = x/(-5)
124) -9/7 + 8 = x/3
incognita in d:
125) 2/3 + (-4) = 5/x
126) -4/4 + 5 = -3/x
127) -12/2 + 1 = -7/x
128) -5/8 + 9 = 8/x

Risolvi ogni equazione nello spazio alla sua destra. Sostituisci la soluzione trovata nell'equazione: se il membro di sinistra e quello di destra coincidono numericamente allora hai trovato la soluzione esatta. Bravo!