Formule inverse

(a cura Prof.ssa M. Cola)

Come si ricava un formula inversa?

Spesso in geometria o in fisica gli studenti hanno difficoltà ad imparare tutte le formule inverse quando conoscono quella diretta (ad esempio calcolare l'altezza di un triangolo quando sono note la base e l'area).

In realtà le formule inverse **NON SI IMPARANO A MEMORIA**, ma si ricavano sul momento dalla formula diretta (che è l'unica che bisogna conoscere a memoria)
Esiste un **procedimento molto semplice** che permette di calcolare qualsiasi formula inversa, esso si basa sui principi di equivalenza.

Questo perché, data una legge espressa da una formula, **ricavare una formula inversa significa semplicemente risolvere un'equazione** (nella maggior parte dei casi di primo grado, qualche volta di secondo grado).

1. Ricordiamo quanto studiato per le equazioni di primo grado. *Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di un'uguaglianza (numerica o letterale che sia) per uno stesso numero si ottiene ancora un'uguaglianza.* Ad esempio consideriamo la seguente uguaglianza

$5\cdot 4=2\cdot 10$ (infatti 20=20).

Se moltiplichiamo entrambi i termini per uno stesso numero (ad esempio per 3) si ottiene ancora un'uguaglianza

$3\cdot 5\cdot 4=3\cdot 2\cdot 10$ (infatti 60=60).

Si verifica la stessa cosa se si dividono entrambi i termini per uno stesso numero (ad esempio 2)

$\frac{5\cdot 4}{2}=\frac{2\cdot 10}{2}$ infatti semplificando $\frac{5\cdot \cancel{4}_2}{\cancel{2}_1}=\frac{\cancel{2}_1\cdot 10}{\cancel{2}_1}$ si ottiene 10=10.

Si possono combinare anche moltiplicazioni e divisioni. Ad esempio possiamo moltiplicare entrambi i termini dell'uguaglianza per 5/4:

$5\cdot 4=2\cdot 10$ $5\cdot 4\cdot\frac{5}{4}=2\cdot 10\cdot\frac{5}{4}$ e semplificando $5\cdot\cancel{4}_1\cdot\frac{5}{\cancel{4}_1}=\cancel{2}_1\cdot 1\cancel{0}_5\cdot\frac{5}{\cancel{4}_{\cancel{2}_1}}$ si ottiene 25=25.

2. *Aggiungendo o sottraendo uno stesso numero ad entrambi i membri (numerica o letterale che sia) di un'uguaglianza si ottiene ancora un'uguaglianza.* Considerando ancora l'uguaglianza dell'esempio precedente

$5\cdot 4=2\cdot 10$ (infatti 20=20)

se aggiungiamo ad entrambi i membri uno stesso numero (ad esempio 2) otteniamo

$5\cdot 4+2=2\cdot 10+2$ (infatti 22=22).

Si verifica la stessa cosa se si sottrae da entrambi i membri uno stesso numero (ad esempio 3/2)

$5\cdot 4-\frac{3}{2}=2\cdot 10-\frac{3}{2}$ (infatti 37/2=37/2).

Le **formule** sono <u>uguaglianze letterali</u> quindi possiamo applicare gli stessi metodi.

a) Consideriamo ad esempio l'area di un triangolo $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$.

Se vogliamo ricavare l'altezza, ci troviamo di fronte ad **un'equazione di primo grado** in cui la variabile è l'altezza h, mentre l'area e la base fungono da coefficienti letterali dell'equazione. Dobbiamo fare in modo che h <u>rimanga da sola da un lato dell'uguaglianza</u>.

Bisogna moltiplicare a destra e a sinistra per 2 e dividere per b:

$A \cdot \dfrac{2}{b} = \dfrac{b \cdot h}{2} \cdot \dfrac{2}{b}$ e semplificando $A \cdot \dfrac{2}{b} = \dfrac{\cancel{b} \cdot h}{\cancel{2}} \cdot \dfrac{\cancel{2}}{\cancel{b}}$ si ottiene $\dfrac{2 \cdot A}{b} = h$,

a questo punto, leggendo l'uguaglianza da destra a sinistra, abbiamo la nostra "formula" per l'altezza

$$h = \frac{2 \cdot A}{b} \quad .$$

b) Consideriamo ora l'area di un trapezio: $A = \dfrac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2}$.

Vogliamo trovare la base minore b_2. Innanzitutto moltiplichiamo a destra e a sinistra per 2 e dividiamo per h:

$A \cdot \dfrac{2}{h} = \dfrac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2} \cdot \dfrac{2}{h}$ e semplificando $A \cdot \dfrac{2}{h} = \dfrac{(b_1 + b_2) \cdot \cancel{h}}{\cancel{2}} \cdot \dfrac{\cancel{2}}{\cancel{h}}$

si ottiene $\dfrac{2 \cdot A}{h} = b_1 + b_2$,

a questo punto per lasciare sola b_1 sottraiamo b_2 da entrambi i membri

$\dfrac{2 \cdot A}{h} - b_2 = b_1 + b_2 - b_2$ e quindi $\dfrac{2 \cdot A}{h} - b_2 = b_1$.

Leggendo l'uguaglianza da destra a sinistra, abbiamo la nostra "formula" per la base minore

$$b_1 = \frac{2 \cdot A}{h} - b_2$$

Esercizi. Col metodo spiegato ricava le formule inverse

1) Inverti la formula dell'area del trapezio. Ricava l'altezza e la somma delle basi.

2) Il volume del cilindro è dato dalla formula $V = \pi r^2 h$. Ricava l'altezza.

3) Il volume del cono è dato dalla formula $V = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$. Ricava l'altezza

4) Il volume della sfera è $V = \dfrac{4}{3} \pi r^3$. Ricava il cubo del raggio.

5) L'area del rombo è $A = \dfrac{d\,D}{2}$. Ricava la diagonale minore d e la diagonale maggiore D.

6) L'area della superficie sferica è data da $A = \pi r$. Ricava il quadrato del raggio.