Calcolo letterale

L'uso delle lettere al posto dei numeri si utilizza per scrivere proprietà e regole dandone una valenza più generale rispetto a un restrittivo esempio numerico (*a*+*b*=*b*+*a*). L'uso delle lettere è utilizzato in geometria per scrivere formule valide per la generalità delle figure (area=b·h). Le lettere rappresentano di volta in volta il caso particolare e il valore di un'espressione letterale dipende, quindi, dal valore assegnato alle sue lettere.
Il calcolo letterale impone, però, di far di conto con le lettere proprio come fossero numeri per ottenere forme compatte di espressioni letterali altrimenti complesse.

Espressioni letterali

Una **espressione letterale** o **algebrica** è un'espressione in cui alcuni numeri sono espressi mediante lettere.

Esempio: 9a-b

In una stessa espressione letterale, lettere uguali rappresentano numeri reali uguali. Per calcolare il valore di un'espressione letterale si sostituiscono i valori corrispondenti alle lettere e si calcola il valore dell'espressione numerica così ottenuta (per sostituzione).

$$9a-b= \qquad per\;\; a=+1 \;\; e \;\; b=-3$$
$$=9\cdot(+1)-(-3)=$$
$$=9+3=12$$
$$-3b+(-7a)-(-2b)+(+5a)-(+8a)= \qquad per\;\; a=-1 \;\; e \;\; b=+2$$
$$=-3b-7a+2b+5a-8a=$$
$$=-3\cdot(+2)-7\cdot(-1)+2\cdot(+2)+5\cdot(-1)-8\cdot(-1)=$$
$$=-6+7+4-5+8=8$$

Una espressione algebrica perde significato

- *quando il denominatore è 0, in quanto non ha senso dividere per 0;*
- *per valori che rendono negativa un'espressione sotto radice con indice pari.*

$$\frac{x+y}{x} \qquad per \qquad x=0; y\neq 0 \;\; \text{è impossibile (*)}$$

$$\frac{5x+3yx}{x^2-25}-\frac{3x+y}{x^2-y} \qquad \text{per x = -25 e per x = -5}$$

per x=-25	$\frac{-125-75y}{625-25}-\frac{-75+y}{625-y}$	impossibile per y=625
per x=-5	$\frac{-25-15y}{25-25}-\frac{-15+y}{25-y}$	Impossibile

Ricorda:
0:1 = 0, **1:0 = impossibile** e **0:0 = indeterminata**; $\sqrt{4}=\pm 2$, mentre $\sqrt{-4}$ = impossibile

Monomi

Si dice **monomio** un'espressione letterale con sole moltiplicazioni e divisioni.

$\boxed{-\frac{1}{3}a^3b^2c}$ $-\frac{1}{3}$ è detto **coefficiente** del monomio e a^3b^2c è detta **parte letterale**.

Un monomio si dice **intero** quando non compaiono lettere come divisori, **frazionario** in caso contrario.

$\frac{1}{2}a^3b$ è un monomio intero, mentre $\frac{a^3b}{c}$ è un monomio frazionario

Il grado complessivo o **grado** di un monomio è la somma degli esponenti delle sue lettere.

a^3b è un monomio di 4° grado (3+1=4)

$+3$ è un monomio di grado zero

Il **grado** di un monomio **rispetto ad una lettera** è l'esponente con cui la lettera figura nel monomio.

a^3b è un monomio di terzo grado rispetto alla *a* e di primo grado rispetto alla *b*

Un monomio di grado zero è ridotto al solo coefficiente.

$+2a^0 = 2 \cdot 1 = 2$

Due o più monomi sono **simili** tra loro se hanno la stessa parte letterale con gli stessi esponenti.

$12x^3y^2;$ $-4x^3y^2;$ $\frac{1}{4}x^3y^2;$ $-\frac{5}{2}x^3y^2$ sono tutti simili tra di loro

Due o più monomi sono **opposti** tra loro se hanno la stessa parte letterale con gli stessi esponenti e come coefficiente numeri reali opposti.

$+12a^3b$ $-12a^3b$

Due o più monomi sono **uguali** tra loro se hanno la stessa parte letterale con gli stessi esponenti e lo stesso coefficiente.

$+2a^2b$ $+2a^2b$

Un monomio **nullo** ha come coefficiente il numero reale 0 e il suo valore è sempre 0.

Un monomio non nullo assume valore 0 quando una delle sue lettere assume valore 0.

$+2a^2b$ $per\ \ a = 0$

Le operazioni con i monomi

Somma algebrica

La somma di due monomi è possibile se e solo se i monomi hanno identica la parte letterale (simili). La somma algebrica di due o più monomi simili è un monomio che ha per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti e per parte letterale la stessa parte letterale.

$$7x^2y-6x^2y=1x^2y=x^2y$$

Si può applicare la proprietà distributiva, raccogliendo a fattore comune, a somme i cui addendi hanno lo stesso fattore

$$+2ab-5ab+4ab=(+2-5+4)\cdot ab=+1ab=ab$$

La somma algebrica di monomi non simili non è possibile e i monomi si lasciano indicati.

Prodotto di monomi

Calcolare il prodotto di due o più monomi è sempre possibile.
Il prodotto di due o più monomi è uguale a un monomio che ha per coefficiente il prodotto dei coefficienti e per parte letterale il prodotto delle parti letterali.
Alla parte letterale si applica la proprietà del prodotto di potenze con stessa base ($a^x\cdot a^y=a^{x+y}$).

$$\left(+2a^2b\right)\cdot\left(-3a^2bc^3\right)=-6a^{2+2}b^{1+1}c^3=-6a^4b^2c^3$$

Quoziente di monomi

Calcolare il quoziente di due monomi è sempre possibile.
Il quoziente di due monomi è uguale a un monomio che ha per coefficiente il quoziente dei coefficienti e per parte letterale il quoziente delle parti letterali.
Alla parte letterale si applica la proprietà del quoziente di potenze con la stessa base ($a^x:a^y=a^{x-y}$).

$$\left(+6a^5b^2c\right):\left(-3a^2bc\right)=\frac{+\cancel{6}^{2}}{-\cancel{3}_{1}}\,\frac{a\cdot a\cdot a\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot b\cdot\cancel{b}\cdot\cancel{c}}{\cancel{a}\cdot\cancel{a}\cdot\cancel{b}\cdot\cancel{c}}=-2a^{5-2}b^{2-1}c^{1-1}=-2a^3b$$

$$\left(+3a^5b^2c\right):\left(-4a^2bc\right)=\left(\frac{+3}{-4}\right)a^{5-2}b^{2-1}c^{1-1}=-\frac{3}{4}a^3b$$

Due monomi sono divisibili quando il monomio divisore contiene solo alcune delle lettere del monomio dividendo (al più tutte) ma con esponente minore o al più uguale. Negli altri casi si ottiene un monomio con esponenti negativi e quindi frazionario.

$$\left(-6a^2bc\right):\left(+3a^5b^2c\right)=-2a^{2-5}b^{1-2}c^{1-1}=-2a^{-3}b^{-1}=-\frac{2}{a^3b}$$

Elevamento a potenza di monomi

La potenza di un monomio è un monomio che ha per coefficiente la potenza del coefficiente e per parte letterale la potenza della parte letterale.
Alla parte letterale si applica la proprietà della potenza di potenza ($\left(a^x\right)^y=a^{x\cdot y}$).

$$\left(-3a^3b^2c\right)^2=+9a^{3\cdot 2}b^{2\cdot 2}c^{1\cdot 2}=+9a^6b^4c^2$$

Polinomi

Un **polinomio**, scritto in forma ridotta, è la somma algebrica di due o più monomi non simili tra di loro.
I monomi che lo formano si chiamano termini del polinomio.

Esempi: $a+b$; a^2+a

Se un polinomio non è scritto in forma ridotta si procede alla riduzione dei termini simili sommandoli.

$2x+5xy-5x+3=(+2-5)x+5xy+3=-3x+5xy+3$

Un monomio può essere visto come un polinomio particolare, somma di quel monomio e del monomio nullo.

Alcuni polinomi assumono i seguenti nomi particolari:

- **binomio** la somma di due monomi;
- **trinomio** la somma di tre monomi;
- **quadrinomio** la somma di quattro monomi.

Un polinomio si dice **intero** quando tutti i sui termini sono monomi interi, **frazionario** in caso contrario.

Il **grado** di un polinomio è quello del suo monomio di grado massimo.

$5a^2b^3-7a^4b^3$ *è un binomio di settimo grado (3+4=7)*

Un polinomio è **ordinato** rispetto a una lettera se le potenze di quella lettera sono ordinate, dal primo all'ultimo monomio, in ordine crescente o in ordine decrescente

$5a^4b-3a^2b^3+6ab^5$ *è ordinato secondo le potenze decrescenti della a e crescenti della b*

Un polinomio si dice **completo** e ordinato rispetto a una lettera se questa figura nei vari termini con tutti gli esponenti da quello di grado minimo a quello di grado massimo in modo ordinato.

$5a^4b+2a^3b^4-3a^2b^3+6ab^5+7$ *è completo rispetto alla lettera a, incompleto rispetto a b*

Un polinomio è **omogeneo** se tutti i suoi termini sono dello stesso grado.

$5a^4b+2a^3b^2-3a^2b^3+b^5$ *è omogeneo di quinto grado*

Due polinomi sono **identici** quando le loro lettere, che possono essere anche diverse, compaiono con le stesse potenze e le stesse potenze hanno lo stesso coefficiente.

$5a^3b-2a^2$ $\quad$ $5x^3y-2x^2$

Il valore di un polinomio è funzione del valore delle lettere che vi compaiono.

Le operazioni con i polinomi

Somma algebrica di polinomi

Per "**riduzione dei termini simili**" di un polinomio s'intende la somma di tutti i monomi simili presenti.
La somma di due o più polinomi si esegue eliminando le parentesi che racchiudono i polinomi e sommando, poi, i polinomi simili presenti (riduzione).

L'eliminazione di una parentesi preceduta dal segno + non cambia il segno dei monomi in essa contenuti. L'eliminazione di una parentesi preceduta dal segno – porta a cambiare il segno di tutti i monomi in essa contenuti.

$$2x+(x-2y)-(2x-y)=\underline{2x}+\underline{x}-\underline{\underline{2y}}-\underline{2x}+\underline{\underline{y}}=(2+1-2)\cdot x+(-2+1)\cdot y=x-y$$

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Si applica la proprietà distributiva moltiplicando il monomio per ogni termine del polinomio. Alla fine si sommano i prodotti ottenuti e si riducono i monomi eventualmente simili.

$$3x\cdot(x-2y)=3x^2-6xy$$

Moltiplicazione di polinomi

Si applica la proprietà distributiva moltiplicando ogni termine del primo per ciascun termine del secondo. Alla fine si sommano i prodotti ottenuti e si riducono i monomi eventualmente simili.

$$(3x+y)\cdot(x-2y)=3x^2-\underline{6xy}+\underline{xy}-2y^2=3x^2+(-6+1)\cdot xy-2y^2=3x^2-5xy-2y^2$$

Nella moltiplicazione di più polinomi si moltiplicano i primi due polinomi tra loro (scrivendo il risultato tra parentesi) e nel passaggio successivo si moltiplica tale risultato per il terzo polinomio, … e così via.

$$(3x+y)\cdot(x-2y)\cdot(3+y)=(3x^2-5xy-2y^2)\cdot(3+y)=9x^2-15xy-6y^2+3x^2y-5xy^2-2y^3$$

Divisione di un polinomio per un monomio

Si applica la proprietà distributiva dividendo ciascun termine del polinomio per il monomio. Alla fine si addizionano i quozienti ottenuti e si riducono i monomi eventualmente simili.

$$(6x^3-12x^2):(-2x)=(6x^3):(-2x)+(-12x^2):(-2x)=-3x^2+6x$$

Divisione di due polinomi

La divisione tra due polinomi si può eseguire con un metodo che ricalca in parte quello della divisione tradizionale.
Nei casi in cui il divisore è un binomio di primo grado si può utilizzare la **Regola di Ruffini**.
Un polinomio è divisibile per un altro polinomio se il risultato è un terzo polinomio e la divisione non ha resto.

Espressioni letterali

Nelle espressioni con i monomi e i polinomi valgono tutte le regole applicate alle altre espressioni.

Espressione senza parentesi

- Si eseguono prima le potenze, i logaritmi e i radicali, uno dopo l'altro nell'ordine scritto. Presta molta attenzione alle proprietà eventualmente applicabili.
- Si eseguono poi le moltiplicazioni e le divisioni, una dopo l'altra nell'ordine in cui sono scritte.
- Si eseguono infine le addizioni e le sottrazioni, una dopo l'altra nell'ordine in cui sono scritte.

Espressione con parentesi $\{[(\ )]\}$

- Si eseguono prima le operazioni in parentesi rotonde, rispettando le regole considerate per le espressioni senza parentesi.
- Si eseguono poi le operazioni in parentesi quadre, rispettando le regole considerate per le espressioni senza parentesi.
- Si eseguono infine le operazioni in parentesi graffe, rispettando le regole considerate per le espressioni senza parentesi.

Una volta eseguite tutte le operazioni all'interno di una parentesi questa si deve eliminare conservando il segno dei monomi se davanti a essa c'è il segno + e cambiandoli se davanti a essi c'è il segno −.

Espressione con parentesi solo rotonde

In realtà nel computo con calcolatrici scientifiche o con i computer si usano solo parentesi rotonde. Occorre in questo caso avere l'accortezza di risolvere prima le parentesi più interne e poi le altre fino a quelle più esterne.

Una volta eseguite tutte le operazioni all'interno di una parentesi questa si deve eliminare conservando il segno dei monomi se davanti a essa c'è il segno + e cambiandoli se davanti a essi c'è il segno −.

L'ordine da seguire è giustificato dal significato matematico delle parentesi. Le parentesi indicano infatti che al posto dei numeri, collegati da segni di operazione, si può sostituire il loro risultato.

FOIL Method

(tratto da: www.algebrahelp.com)

FOIL stands for:

First - Multiply the first term in each set of parentheses
Outer - Multiply the outer term in each set of parentheses
Inner - Multiply the inner term in each set of parentheses
Last - Multiply the last term in each set of parentheses

We'll start by multiplying the first term in each set of parentheses and then marking down the answer below the problem.

$$(3+7x)(6+2x)$$
$$18$$

$$(3+7x)(6+2x)$$
$$18+6x$$

Now we will multiply the outer terms and again mark down the answer below the problem.

And the Inners. And finally the last terms.

$$(3+7x)(6+2x)$$
$$18+6x+42x$$

$$(3+7x)(6+2x)$$
$$18+6x+42x+14x^2$$

Now as you can see the results from the multiplying of the two inners and the two outers are like terms. Our last step is to combine these like terms. We see that 6x + 42x = 48x, thus

$$18+48x+14x^2$$

Approfondimenti

- ✓ www.mathubi.com di Ubaldo Pernigo
- ✓ TooMates www.toomates.net di Gerad Romo
- ✓ www.chihapauradellamatematica.org
- ✓ http://online.scuola.zanichelli.it/bergaminibiennio/biennio-verde/
- ✓ www.onlinemathlearning.com
- ✓ interactive.onlinemathlearning.com
- ✓ algebrahelp.com
- ✓ www.mathworksheetscenter.com

Operazioni con i monomi

Polynomials: Combining "Like Terms"
Eléments du calcul littéral

=-=

Somma algebrica di monomi

1. $-4y^2+5y^2-15y^2=$

2. $2ab+b^2-ab-3b^2-3ab+b^2=$

3. $\frac{1}{2}a+2b+a-b=$

4. $7a-3b+5b-12a+4b+6a=$

5. $-4a+3b-a-2b+5a-4b=$

6. $-10xy+4y^2-7xy+11xy-3y^2-y^2=$

7. $-5x^2y+6x^2y-9xy^2+3x^2y-2xy^2=$

8. $6x^2y-9xy^2+3x^2y-5x^2y-2xy^2+9xy^2=$

9. $2xy^2+6x^2y+9xy^2+3x^2y-5x^2y-2xy^2-9xy^2=$

10. $\frac{1}{3}-2x+\frac{1}{3}y-\frac{7}{2}-\frac{1}{6}y+\frac{1}{4}x+\frac{19}{6}=$

11. $\frac{1}{5}x^2y^3-5x^2y^3-\frac{2}{3}x^2y^3+\frac{7}{15}x^2y^3+5x^3y^2=$

12. $-3x+(-7a)-(-2x)+(+5a)-(+8a)=$ (*)

13. $(8a^2b+3ab-b^2)+(10ab+5ab-8a^2b-5b^2-10ab)-(-3a^2b+8ab-3b^2)-3a^2b=$

14. $(8a^2b+3ab-b^2)-(2ab+5ab-8a^2b-5b^2-2ab)+(-3a^2b+8ab-3b^2)=$

15. $(-2a^2+5a-3b)-(-3b-2a^2)-(5a-6)=$

16. $\left(-\frac{1}{6}cx+\frac{1}{2}bx\right)+\left(\frac{3}{7}ax-\frac{2}{5}bx-\frac{1}{6}cx\right)-\left(\frac{1}{10}bx-\frac{1}{3}cx-\frac{4}{7}ax\right)=$

17. $y^2+3x^2-[5xy-(2x^3+10xy+3y^2)]-[2x^3-(-5xy+10x^3)]-4y^2-10x^3=$

18. $2x^3y^3+2+xy^3-6x^2y^3+3-xy^3+3x^2y^3-5+2x^2y^3-2x^3y^3=$

=-=

Prodotto, divisione e potenze di monomi

19. $a \cdot a \cdot a =$

20. $a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 =$

21. $(-12x^4 y) \div (+6x^2) =$

22. $(-18x^6 y^4 z) \div (+6x^6 y^2 z) =$

23. $\left(-\frac{3}{4}x^3 y\right) \cdot \left(-\frac{4}{7}xy^2\right) =$

24. $\left(+\frac{3}{4}x^3 y^2 z\right) \div \left(-\frac{9}{4}xy\right) =$

25. $\left(-\frac{3}{4}x^3 y^2 z\right) \cdot \left(+\frac{9}{4}xy\right) =$

26. $\left(\frac{21}{5}x^2 y^4 z\right) \cdot \left(\frac{15}{7}xy^2 z\right) =$

27. $\left(\frac{21}{5}x^2 y^4 z\right) \div \left(-\frac{14}{5}xy^2 z\right) =$

28. $\left(-\frac{4}{3}x^2\right) \cdot \left(\frac{2}{5}y\right) =$

29. $\left(-\frac{15}{2}x^3 y^2 z\right) : \left(-\frac{5}{4}xyz\right) =$

30. $5a^3 b^2 : (-2ab) =$

31. $(+6a^5 b^3 c) \div (-3ab^4 c^3) =$

32. $\left(-\frac{1}{2}ab^2 c^3\right)^3 : \left(-\frac{3}{2}ab^3 c^2\right)^2 =$ (*)

=-=

Esercizi riassuntivi

33. $\left(x^3y^2-7x^3y^2+3x^3y^2\right)\div\left(5x^2y-2x^2y\right)=$

34. $\left[\frac{1}{2}a^6b^2\cdot\left(-\frac{1}{2}ab^2\right)+\frac{1}{4}a^4b^2\cdot\frac{2}{3}a^3b^2-2a^7b^4\right]:\left(-\frac{5}{2}a^2b^3\right)=$

35. $\left(-\frac{3}{4}a^2bc^3\right)\cdot\left(+\frac{10}{9}abc^2\right)-\left(\frac{5}{8}a^3c\right)\cdot\left(\frac{2}{5}b^2c^4\right)=$

36. $12x^3y^2:\left(-4xy^2\right)-2xy\cdot\left(-3xy^3\right)+\left(15x^2y\right):\left(3y\right)-6x^2y^4=$ (*)

37. $2x^4:\left(-\frac{2}{3}x^3\right)+\frac{4}{3}x^3y^2:\left(-\frac{1}{3}xy\right)^2+\left(-2xy\right)^2:\left(xy^2\right)=$ (*)

38. $\left[ab\cdot\left(\frac{1}{2}a^2b^3c^2\right)^2\right]^3:\left[-a\cdot\left(-\frac{1}{2}ab^2c\right)^2\right]^5+\frac{4}{3}a^2bc^6m^4:\left(-\frac{1}{3}a^2c^4m^4\right)=$ (*)

39. $\left[\left(-\frac{1}{3}x^2y^3z^4\right)^6\div\left(-\frac{1}{3}x^2y^3z^4\right)^2\right]^3\div\left[\left(-\frac{1}{3}x^2y^3z^4\right)^2\cdot\left(-\frac{1}{3}x^2y^3z^4\right)^3\right]^2-\frac{1}{3}x^4y^6z^8=$

40. $\left\{\left(-\frac{3}{4}xy^2\right)^5:\left[-\frac{3}{4}x^3y^3:x^2y\right]^2\right\}^3:\left(-\frac{3}{4}xy^2\right)^6=$

41. $\left\{-y^2-\left[\frac{1}{2}x^2-\left(\frac{3}{4}x^2-4y^2+xy\right)-\left(\frac{3}{2}xy-\frac{2}{3}x^2\right)\right]\right\}\cdot\frac{3}{5}=$

=-=

Problemi con l'uso di espressioni letterali
Translate word problems into an algebraic expression

=-=

Problema
Siano **a** e **b** due numeri. Scrivi l'espressione del numero **n** che si ottiene sommando la metà di **a** al doppio di **b** e aggiungendo la loro doppia somma. Calcola **n** nel caso particolare di **a** = + 8 e **b** = 3.

Problema
Siano **a** e **b** due numeri. Scrivi l'espressione del numero **n** che si ottiene sommando la metà di **a** al doppio di **b** e aggiungendo la loro differenza. Calcola **n** nel caso particolare di **a** = + 8 e **b** = 3.

Problema
Siano **a** e **b** due numeri relativi, scrivi l'espressione del numero **n** che si ottiene sottraendo al triplo di **a** la metà di **b** e moltiplicando tale differenza per la somma dei due numeri. Calcola **n** nel caso particolare in cui [**a = + 6**] e [**b = - 2**].

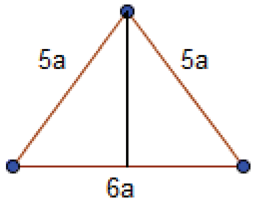
Problema
Siano **x** e **y** due numeri relativi, considera i numeri dati da:
- la somma dei loro consecutivi;
- il prodotto dei loro quadrati;
- il quadrato della loro differenza.

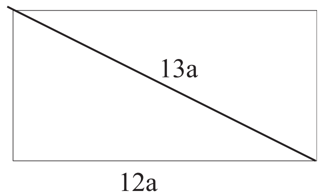
Scrivi l'espressione del numero **n** che si ottiene aggiungendo al primo numero considerato la differenza degli altri due. Calcola il valore di **n** nel caso particolare in cui [**x = - 2**] e [**y = - 3**].

=-=

Calcolo letterale applicato a problemi geometrici

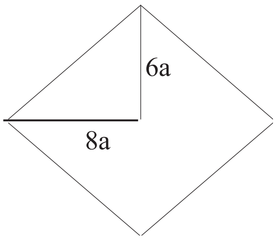
Esprimi, in funzione di *a*, le misure richieste usando i dati indicati

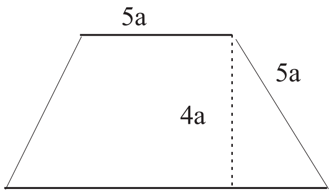




Area= ?   2p= ?

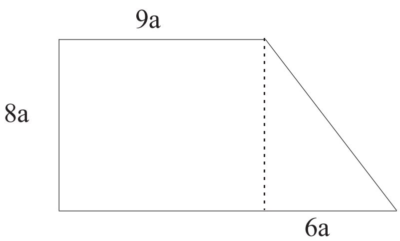
Area= ?   2p= ?

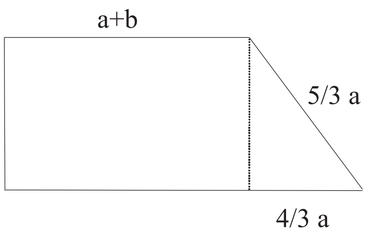




Area= ? ....

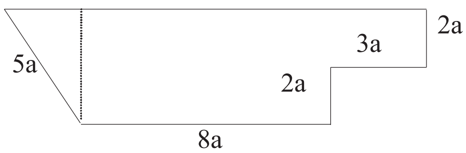
Area= ?   2p= ?

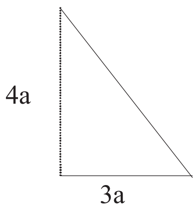




Area= ?   2p= ?

Area= ?   2p= ?



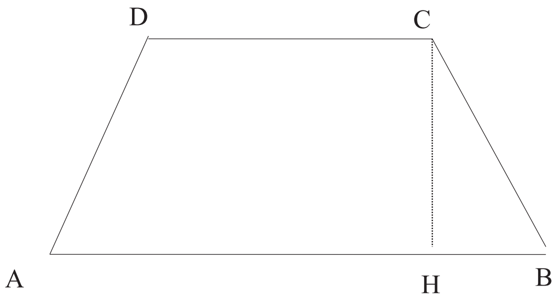


Area= ?   2p= ?

Scrivi le espressioni che danno il perimetro e l'area di un triangolo rettangolo avente i cateti lunghi **3a** e **4a**. Calcola il valore dell'area del triangolo nel caso particolare in cui **a** misuri **7 cm**.

=-=

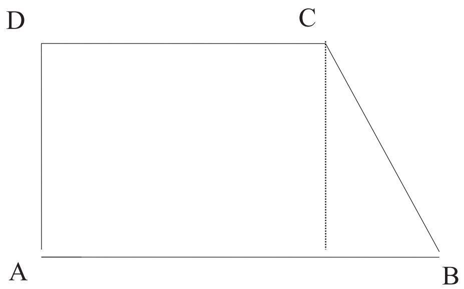
1. Problema



Dati:
AD = BC
Area = $120a^2$
CH = 8a
BC = 10a
Incognite:
DC=?
2p=?

=-=

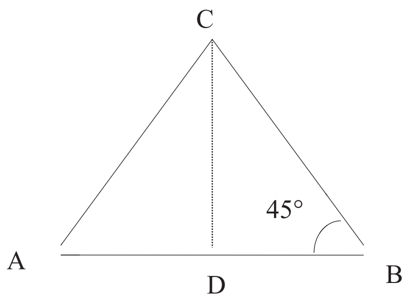
2. Problema



Dati:
AB = 13 a
DC = 5a
Area = $54a^2$
Incognite:
2p=?

=-=

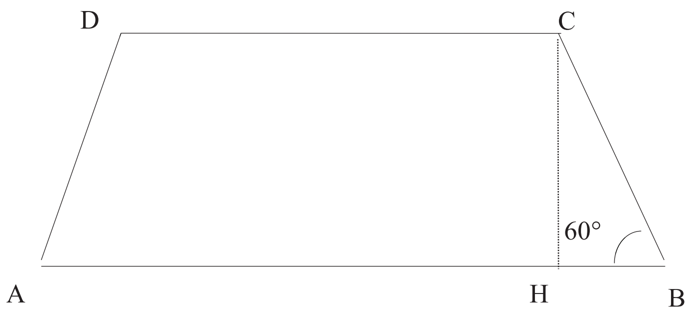
3. Problema



Dati:
AC = BC
CBD = 45°
CD = 8a
Incognite:
CB=?
2p=?
Area=?

=-=

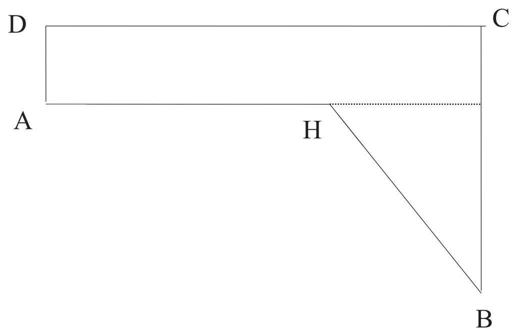
4. Problema



Dati:
AD = BC
ABC = 60°
Area = $48\sqrt{3}a^2$
CB=8a
CH=?
2p=?

=-=

5.Problema



Dati:
AH = a
AD = b
BH = 5b
CD = a+3b
Incognite
Area=?
2p=?

=-=

Equazioni lineari o di primo grado a una incognita

First-Degree Equations - Résolution des équations du premier degré

Due espressioni numeriche che hanno lo stesso valore e sono separate dal segno di uguale, formano una **uguaglianza numerica**.

$2 \cdot 3 - 1 = 2 \cdot 2 + 1$

Si possono scrivere nella stessa maniera uguaglianza letterali.

Identità

Una **identità** è una uguaglianza tra due espressioni algebriche, in una o più variabili, che risulti verificata qualsiasi siano i valori numerici attribuiti alle variabili che in essa figurano.
Le uguaglianze che traducono in termini matematici delle frasi vere sono soddisfatte PER QUALSIASI VALORE e si chiamano IDENTITÀ.

Esempio: x+x=2x *vera per qualsiasi valore di x* $(\forall x \in R)$

Equazioni

Una **equazione** è una uguaglianza tra due espressioni algebriche, in una o più variabili, che risulti verificata solamente per particolari valori attribuiti alle variabili che in essa figurano.
I termini numeri presenti in una equazione prendono il nome di **termini noti**.
Si chiamano **radici** o **soluzioni** dell'equazione i particolari valori attribuiti alle variabili che in essa figurano.
Due equazioni sono **equivalenti** quando hanno la stessa radice.
Risolvere un'equazione significa esplicitare l'insieme di tutte le soluzioni dell'equazione.

Esempio: x+3=7

vera solo per x=4

incognite

Termini noti

$$7x^2 - 3 = 5x + 2$$

1^ membro

2^ membro

Una equazione è detta **numerica** se in essa non figurano altre lettere oltre l'incognita.
Una equazione è detta **letterale** se oltre l'incognita figurano altre lettere.
Una equazione è detta **intera** se l'incognita non figura al denominatore.
Una equazione è detta **fratta** se l'incognita figura anche, o solo, al denominatore.

Il **grado** di una equazione è dato dal grado massimo dell'incognita presente nell'equazione.
Il grado di una equazione è pari al numero delle possibili soluzione dell'equazione stessa.

Il **dominio** delle variabili incognite è un insieme di valori per cui l'equazione può essere verificata. Il dominio è fornito di norma unitamente all'equazione. L'insieme delle soluzioni di un’equazione è fortemente condizionato dal dominio.

L’equazione a lato non ammette ad esempio soluzioni nell’insieme dei numeri razionali (Q) ma in quello dei numeri reali (R).

$$x^2 - 2 = 0$$
$$x = \sqrt{2}$$

L’equazione a lato non ammette ad esempio soluzioni nell’insieme dei numeri reali (R) ma nel campo dei numeri complessi.

$$x^2 + 1 = 0$$
$$x = \sqrt{-1}$$

La scrittura **ax=b** è detta **forma normale** di un’equazione di primo grado (equazione lineare) ad una incognita (con *a* e *b* numeri reali o complessi e a diverso da 0).

In geometria analitica, un'equazione lineare a due incognite (scritta in genere nella forma **y = mx + q** oppure **ax + by + c = 0**) rappresenta una retta nel piano cartesiano.

Per le equazioni di secondo grado si rimanda al capitolo relativo.

Per il Teorema di Abel-Ruffini, non esiste una formula generale per la risoluzione delle equazioni polinomiali di grado 5 o superiore.
Fino alle equazioni di quarto grado è nota una formula risolutiva, dopodiché le equazioni sono risolvibili solamente in alcuni casi particolari.

Segue la parte relativa alle **equazioni di primo grado**.

Principi di equivalenza

Primo principio di equivalenza

Aggiungendo ad entrambi i membri di una equazione lo stesso valore numerico o la stessa espressione algebrica si ottiene una equazione equivalente a quella data.

$$4x = 3 + x$$
$$4x - x = 3 + \cancel{x} - \cancel{x}$$
$$3x = 3$$

Da tale principio derivano le seguenti regole.

Se uno stesso termine figura in entrambi i membri di un'equazione può essere soppresso.

$$4x + \cancel{5} = 3 + x + \cancel{5}$$

Se due termini opposti si trovano nello stesso membro possono essere soppressi.

$$+\cancel{5} + 4x - \cancel{5} = 3 + x$$

Si può trasportare un termine di un'equazione da un membro all'altro purché gli si cambi il segno (legge del trasporto).

$$4x = 3 + x \qquad\qquad 4x - x = 3$$

La legge del trasporto si utilizza per trasportare tutte le incognite al primo membro e tutti i termini noti al secondo membro.

Secondo principio di equivalenza

Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una equazione algebrica per uno stesso numero diverso da zero, o per una stessa espressione che non si possa annullare, si ottiene una equazione equivalente alla data.

$$3x = 6 \qquad\qquad \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$
$$3x \cdot \frac{1}{3} = 6 \cdot \frac{1}{3} \qquad\qquad \frac{1}{2}x \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 2$$
$$x = 2 \qquad\qquad x = 1$$

Da tale principio derivano le seguenti regole.

Se i due membri di un'equazione hanno un fattore numerico comune questo può essere soppresso.

$$\cancel{2} \cdot (x + 2) = \cancel{2} \cdot (3 - x) \qquad\qquad x + 2 = 3 - x$$

Cambiando i segni a tutti i termini di una equazione se ne ottiene un'altra equivalente (risulta equivalente a moltiplicare tutti i termini per -1).

$$-x = +2 \qquad\qquad +x = -2$$
$$-x = +2 \qquad\qquad -x \cdot (-1) = +2 \cdot (-1) \qquad\qquad +x = -2$$

Moltiplicando (o dividendo) i due membri di una equazione per una espressione, o numero, conveniente si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Tale principio si utilizza sia per eliminare denominatori comuni ad entrambi i membri, o per eliminare il coefficiente (parte numerica) della x al momento di calcolarne il valore finale.

$2x = +4$ *dividendo entrambi i membri per 2* $\frac{2}{2}x = +\frac{4}{2}$ *da cui semplificando* $x = +2$

Risoluzione di una equazione di primo grado a una incognita

Risolvere un'equazione vuol dire trovarne le radici o soluzioni.

Può darsi che una equazione non ammetta soluzioni, cioè non esista alcun valore delle incognite che la verifichi; si dice allora che la equazione è **impossibile**.
Data l'equazione nella forma normale ax=b, si dice impossibile se a=0 e b≠0.

$$3x-2=3x-1$$
$$3x-3x=-1+2$$
$$0x=1$$

Nessun numero per zero può dare 1…

Può darsi che una equazione ammetta un numero illimitato di soluzioni; si dice allora che l'equazione è **indeterminata** (in effetti non è una equazione ma è una identità).
Data l'equazione nella forma normale ax=b, si dice indeterminata se a=0 e b=0.

$$3x+2=3(x-1)+5$$
$$3x+2=3x-3+5$$
$$3x-3x=-3+5-2$$
$$0x=0$$

Qualsiasi numero per zero restituisce 0…

Una equazione che ammette un numero finito di soluzioni si dice **determinata**.
Data l'equazione nella forma normale ax=b, si dice determinata se a≠0.
Si **verifica** se il valore trovato è la radice dell'equazione sostituendo tale valore all'incognita dell'equazione e verificando che i due membri diano lo stesso valore (l'uguaglianza risulta vera).

$$3x+1=2x+2$$
$$3x-2x=2-1$$
$$x=1$$

Solo e solamente 1 rende vera l'uguaglianza…

$$3x+1=2x+2$$
$$3\cdot1+1=2\cdot1+2$$
$$3+1=2+2$$
$$4=4$$

Verificata.

=-=

Sitografia

Esercizi risolti su UbiMath www.mathubi.com
www.toomates.net/ Matemàtiques per a la diversitat – di Gerad Tomo
www.slidermath.com/ Slider Math – Gioca con le equazioni

Raccolta di equazioni di primo grado senza frazioni
Solved Linear Equations

=-=

1. $2x - 1 = x + 1$ [2]

2. $5x + 2 - x = -x - 3$ [-1]

3. $-6x - 1 - 16x = -23x$ [1]

4. $3x - 3 - 2x = 4x - 8 - 1$ [-1]

5. $2x + 2 = x + 2 + x$ [indeterm.]

6. $2x + 2 - x = -x - 2 + 2x$ [impossibile]

7. $3x - 9 = -3$ [2]

8. $2x - 9 = x + 5$ [14]

9. $3x - 10 = 5x - 6$ [-2]

10. $6x - 7 = 2x + 4x + 2$ [impossibile]

11. $6x - 6 - 4x - 2 = 6 - 8x - 12$ $\left[\frac{1}{5}\right]$

12. $6x + 10 = 12 + 4x$ [1]

13. $4 + 2x = 6x - 4$ [2]

14. $11x + 2 = 8x + 8$ [2]

15. $8x - 1 = 11x - 7$ [2]

16. $5x + 13 = 3x + 29$ [8]

17. $15x + 13 = x - 1$ [-1]

18. $-2x + 3 = -2x - 5$ [impossibile]

19. $9x - 10x - 10 = -2x + 2 - 9$ [3]

20. $3x-5x+2=8-15+7x$ [1]

21. $4-8x+4x-12=2-6x-14$ [-2]

22. $x-(20-x)=4$ [12]

23. $x-(98-x)=22$ [60]

24. $3\cdot(5x+5)+3=x+4$ [-1]

25. $2x+12x+28=6x+40+5x$ [4]

26. x + 13 - 2x – 12 = - 4x -11 +4x +10 [2]

27. $12x-5\cdot(x-3)-6x=1-4-4(3x-11)$ [2]

28. $3x+2\cdot(x-1)+4x=5(x+1)+1$ [2]

29. $6\cdot(3x-1)=7\cdot(4x+2)$ [-2]

30. $6\cdot(4x-1)=7\cdot(4x+2)$ [-5]

31. $6\cdot(x+1)-3\cdot(2x-1)=10+3x-2\cdot(3-x)$ [1]

32. $5x+2-4\cdot(3x-2)+2=3-12x+3\cdot(3x-1)$ [3]

33. $3\cdot(2x-1)-5\cdot(x+4)=-2\cdot(3x+1)$ [3]

34. 5(2x - 3) - 2(3x - 1) = 7x - (4x + 5) [8]

35. $3x-\{2x-[6-2\cdot(1-x)-10]+2\cdot(x-1)\}=5x$ [-1]

36. $20x-10-(15x+20-18x)-3x=30x+5-3x$ [-5]

37. $4\cdot(3x-1)-6\cdot(2x+5)=4x+14$ [-12]

38. $2\cdot(x-3)+3\cdot(x-1)=5x+4\cdot(x-4)$ $\left[\frac{7}{4}\right]$

39. $7\cdot(x-3)-1=2\cdot(x-3)-6$ [-2]

40. $-5\cdot(x-2)-(x+2)=3\cdot(1-x)-6x$ $\left[-\frac{5}{3}\right]$

41. 1 - 5 x = 2 (x - 3) + 3 (x - 1) [1]

42. $6(x+2)-3(x+4)+3=2x+4(x+1)$ $\left[-\frac{1}{3}\right]$ (*)

43. $3x-4(x+1)-5x+9=5(2x+7)-6$ $\left[-\frac{3}{2}\right]$

44. $2(x-4)=7x-3(x+1)+5(2x+5)$ $\left[\frac{15}{6}\right]$

45. $10(x+2)+20=6(x-2)+22-x$ [-6]

46. $2x+28=40+5x-6x$ [4]

47. $4(-3-x)-14(x+2)+15=-15-8x$ [-1]

48. $4x-9+2\cdot(x+3)=3\cdot(x+1)$ [2]

49. $2(2x-1)-2x=2(5x-5)$ [2]

50. $3(x-1)-2x=4(x-2)-1$ [2] (*)

51. $3(x-1)-2x=4(x-2)-1$ [2] (*)

52. $2(x-3)-5(1+x)-1=x+2(1-2x)$ [imposs.] (*)

53. $(x-3)(x+3)+1-3x=(x-2)(x+2)+4x-5$ $\left[\frac{1}{7}\right]$ (*)

54. $2x-3(3+x)=3x-4(1+x)-5$ [indeterminata]

55. $-2(3x-1)-16x=24x$ $\left[\frac{1}{23}\right]$

56. $2(x-4)-1=2x-x$ [9]

57. $-2(2x-1)+1=-4+x$ $\left[\frac{7}{5}\right]$

58. $6x-3(x+3)-18=2(1-x)+6$ [7]

59. $3(2x-3)-3(x+6)=2(1-x)+1$ [6]

60. $x-1=3(x+1)-3$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$

(*) gentile concessione della Commissione e-learning IPSSCART B. Stringher – Udine

Raccolta di sequenze traducibili in equazioni di primo grado
Translate word problems into a Linear Equations

=-=

1. Prendi un numero x moltiplicalo per tre, aggiungi 2, raddoppia il tutto e uguaglia a 16.

2. Prendi un numero *x*, moltiplicalo per cinquanta, aggiungi duecento al prodotto, dividi tutto per quattro e troverai come risultato centoventicinque.

3. Prendi un numero *x*, aggiungi la sua metà, uguaglia questa scrittura a questa nuova sequenza: prendi l'opposto di *x*, dividilo per tre e aggiungi undici.

4. Prendi un numero *x*, moltiplicalo per due, sottrai dal prodotto il numero sette, aggiungi il numero incognito *x* e avrai come risultato cinque.

5. Prendi un numero *x*, quadruplicalo e dividilo per tre, togli la quarta parte di *x*, togli *x* e togli cinque. Otterrai in questo modo come risultato zero.

6. Uguaglia le due scritture seguenti. Prendi un numero *x*, togli un mezzo, raddoppia il tutto. Prendi x, dimezzalo, sottrai due e triplica il tutto.

7. Prendi un numero *x* e triplicalo, togli l'opposto di cinque, dividi tutto per cinque e aggiungi cinque e trovi *x*.

8. Prendi un numero *x* e quadruplicalo, togli l'opposto di meno cinque, dividi tutto per due e uguaglia il tutto ad *x*.

9. Uguaglia le due scritture seguenti. Prendi un numero *x*, aggiungi due e triplica il tutto. Prendi *x*, moltiplicalo per sei e togli *x*.

10. Prendi un numero *x* e raddoppialo, dividi tutto per tre e togli cinque e uguaglia alla quarta parte di *x*.

11. Prendi un numero *x*, aggiungi due, dividi tutto per tre e aggiungi quattro e uguaglia a *x*.

12. Prendi un numero *x*, quadruplicalo, aggiungi undici, dividi tutto per nove e aggiungi nove e trovi il triplo di *x*.

13. Prendi un numero *x*, aggiungi uno, raddoppia il tutto, considera l'opposto, togli x, aggiungi cinque e trovi l'opposto del doppio di *x*.

14. Prendi il successivo di un numero *x*, raddoppia il suo opposto, togli *x* e trovi l'opposto del doppio di *x* diminuito di cinque.

15. Prendi il numero precedente di un numero x e raddoppia tale numero; togli, quindi, il doppio di 3 diminuito di x e otterrai zero.

16. Prendi il triplo di un numero x e togli 3. Togli, quindi, il prodotto di 2 per la differenza tra x e 1 e otterrai due.

Raccolta di problemi risolvibili mediante equazioni
Problems to be solved with Equations

=-=

1. Sommando tre volte lo stesso numero a 2 si ottiene 17.

2. Trova il numero a cui togliendo 9 dal suo triplo si ottiene l’opposto di 3.

3. Un numero addizionato ai suoi 4/3, è uguale a 14.

4. Un numero è tale che la somma della sua metà e 7 è pari ai suoi 2/3 meno 5.

5. Calcola i tre numeri pari, uno successivo dell’altro, che sommati danno 54.

6. La somma di un numero, dei suoi tre quarti e dei suoi tre quinti è pari a 47. Trova il numero.

7. Trova i due numeri tali che la loro somma sia è 224 e uno sia i ¾ dell’altro.

8. Aggiungendo 18 ai 2/3 di un numero si ottiene 64. Trova il numero.

9. Determina il numero i cui 4/5 diminuiti di 4 sono uguali ai suoi 2/3 aumentati di 2.

10. Due numeri naturali consecutivi sono tali che la somma di un quinto del minore e di un mezzo del maggiore è pari a 18. Determina i due numeri incogniti.

11. Le donne di una biblioteca sono il triplo degli uomini. Calcola quanti sono gli uomini sapendo che, se ci fossero 20 donne in meno, queste sarebbero la metà degli uomini.

12. La somma di due numeri è 40. Se al secondo si aggiunge 2 si ottiene il doppio del primo.

13. Un numero è uguale al suo doppio diminuito di 1.

14. Un numero è tale che addizionato al suo successivo è uguale al suo triplo diminuito di 2.

15. Calcola i tre numeri dispari, uno successivo dell’altro, che sommati danno 51.

16. La somma di due mumeri è 20 e la loro differenza è 4. Trova i due numeri.

17. La somma di due mumeri è 98 e la loro differenza è 22. Trova i due numeri.

18. In un numero di due cifre la cifra delle decine supera quella delle unità di 3. Se si invertono le cifre del numero dato si ottiene un numero che sommato al precedente dà 99. Trova il numero che abbia queste caratteristiche.

19. In un numero di due cifre la cifra delle decine supera quella delle unità di 5. Se si invertono le cifre del numero dato si ottiene un numero che sommato dal precedente dà 99. Trova il numero che abbia queste caratteristiche.

20. Togliendo 2 euro ai soldi di Giovanni si ottiene la cifra che ha Giacomo meno 8 euro. Quanti soldi ha Giovanni.

21. Quanti sono i ragazzi di un club sportivo se la metà di questi pratica il tennis, 1/4 il nuoto, 1/9 la ginnastica ritmica e 5 il basket?

22. Una corda viene divisa in 4 parti in modo ceh ogni parte ottenuta sia 5 m più corta della precedente. Sapendo che la cora è lunga 95 m, quanto misura ogni parte così ottenuta?

23. Si racconta che Diofanto d'Alessandria (vissuto probabilmente fra il 150 ed il 250 d.C.), famoso per le raccolte dei sui problemi aritmetici, fece scrivere sulla sua tomba:
Dio gli concesse di rimanere fanciullo un sesto della sua vita; dopo un altro dodicesimo le sue guance germogliarono; dopo un settimo egli accese la fiaccola del matrimonio e dopo cinque anni gli nacque un giglio. Ma questi - fanciullo disgraziato e pur tanto amato! - aveva raggiunto la metà dell'età a cui doveva arrivare il padre , quando morì. Quattro anni ancora, mitigando il proprio dolore coll'occuparsi delle scienze dei numeri, attese Diofanto prima di raggiungere il termine della sua esistenza.
Sei in grado di risolvere questo famoso enigma impostandone l'equazione corretta?

24. Lo zio Bepi preleva dalla cantina prima i 3/5 della capacità di una grande botte piena di vino Valpolicella e, successivamente, altri 80 litri. Il vino rimasto rappresenta i 2/7 della capacità della botte. Qual è la capacità della botte utilizzata?

25. Indica un numero qualsiasi da te pensato con x. Raddoppia tale numero, aggiungi 28 a quanto risulta, togli il doppio del numero pensato e dividi per due. Rappresenta questa situazione con un'equazione. Cosa puoi osservare? Fai un esempio numerico applicato a questa situazione.

26. Calcola i tre numeri, uno successivo dell'altro, che sommati danno 48.

27. Tre fratelli hanno rispettivamente 16, 12 e 8 anni. Tra quanto la somma delle età dei due fratelli maggiori sarà pari al triplo dell'età del più giovane?

28. Tre fratelli hanno rispettivamente 14, 10 e 6 anni. Tra quanto la somma delle età dei due fratelli maggiori sarà pari al triplo dell'età del più giovane?

=-=

Raccolta di problemi risolvibili mediante sistemi di equazioni
Word Problems Solved with a System of Equations

=-=

1. Nel pollaio ci sono 27 animali tra galli e galline; le galline sono 9 più dei galli.

2. La somma di due numeri è 40. Se al secondo si aggiunge 2 si ottiene il doppio del primo.

3. A un convegno parteciparono 120 persone. Le donne erano 22 più degli uomini.

4. In una fabbrica lavorano 17 operai fra uomini e donne. Sapendo che il numero degli uomini supera di 5 quello delle donne, stabilisci quanti sono gli uomini e le donne usando un sistema di equazioni.

5. In una fabbrica lavorano 109 operai fra uomini e donne e ragazzi. Sapendo che il numero degli uomini supera di 8 quello delle donne e queste superano di 10 il numero dei ragazzi, stabilisci quanti sono gli uomini, le donne e i ragazzi usando un'equazione o un sistema di equazioni.

6. La somma delle due cifre di un numero è 7. Cambiando le cifre di posto il numero incrementa di 27 unità. Trova il numero.

7. A uno spettacolo per beneficenza assistono 520 persone per un incasso pari a 1360 euro. Il biglietto d'ingresso è stato fissato in 3 euro per gli adulti e a 2 euro per i bambini. Quanti adulti e bambini hanno assistito allo spettacolo?

8. Michele e Ubaldo acquistano per Gargagnago 4 piante di melo e 6 di olivo per un totale di 72 euro. Dopo la messa dimora ritornano al vivaio per prenderne altre 2 di melo e altre 9 di olivo pagando sempre 72 euro. Qual è il costo unitario delle piante acquistate?

9. All'allenamento del Chievo Verona sono presenti 500 persone. Il numero delle femmine supera quello dei maschi di 48 unità. Quanti sono i maschi e le femmine che assistono all'allenamento?

10. Giacomo e Giovanni giocano a biglie. Al termine del gioco nessuno ricorda più quante biglie avevano all'inizio. Giovanni ricorda di aver avuto all'inizio 18 biglie più di Giacomo. Dal conteggio risultano in tutto 148 biglie. Quante biglie aveva ognuno?

11. Nella fattoria di Giacomo e Giovanni ci sono pronte per la spedizione delle galline e dei conigli. Giacomo conta in tutto 82 teste e Giovanni conta in tutto 228 zampe. I conigli sono venduti all'ingrosso 4 euro e le galline a 3 euro. Quanto sarà l'incasso complessivo.

12. Giovanni, Giacomo e Aldo possiedono assieme 170 euro. Giovanni possiede 40 euro, Giacomo possiede il doppio di Aldo diminuito di 20 euro. Calcola quanto possiede ognuno.

13. La sala giochi gestita da Giacomo e Giovanni incassa in un giorno 1.600,00 euro in banconote da 10 euro e 5 euro per un totale di 200 banconote. Quante banconote di ogni tipo sono state incassate dalla sala giochi.

14. Dividi 47 euro tra Giovanni, Giacomo e Aldo in modo che Giovanni abbia 2 euro in più di Giacomo e questi abbia 3 euro meno di Aldo.

15. Giacomo e Giovanni hanno insieme 84 euro. Se il primo ne ha il doppio dell’altro quanti soldi ha ognuno?

16. Cecilia per il primo anno di scuola media della figlia Francesca (correva l’anno 2005) ha acquistato quaderni, penne e matite per un totale di 28 pezzi. Le penne sono 3 unità più delle matite e i quaderni 7 unità più delle penne. Cosa si ritrova Francesca sulla scrivania?

17. Giacomo e Giovanni spartiscono le figurine acquistate in modo che a Giovani ne vada il doppio. Se le figurine erano 42 quanto spetta a ognuno?

18. La differenza di due segmenti è 51 cm. Determina la loro somma sapendo che uno di essi è il quadruplo dell’altro.

19. Alla festa di compleanno di Marco ci sono in tutto 27 bambini e le ragazze sono 9 in più dei ragazzi. Quanti ragazzi e ragazze erano alla festa?

20. Giovanni ha 3,00 euro in più del triplo dei soldi di Giacomo. Se hanno assieme 99,00 euro, quanto possiede ognuno?

Raccolta di sistemi di equazioni di primo grado
Linear Equations (all solved)

=-=

1. $\begin{cases} x+y=18 \\ x-y=4 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x \\ x+y=84 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x+y=27 \\ y=x-9 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=40 \\ y+2=2x \end{cases}$

3. $\begin{cases} y=4x \\ y-x=51 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=20 \\ x-y=4 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x+y=99 \\ y=3x+3 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=52 \\ y=\frac{5}{8}x \end{cases}$

5. $\begin{cases} x-y=24 \\ y=\frac{5}{7}x \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=135 \\ y=\frac{7}{8}x \end{cases}$

6. $\begin{cases} x+y=91 \\ y=\frac{4}{9}x \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=20 \\ y=\frac{3}{4}x \end{cases}$

7. $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x-1 \\ y=-x-1 \end{cases}$

8. $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4 \\ y=-2x-1 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=\frac{5}{6} \\ x-y=\frac{1}{6} \end{cases}$

9. $\begin{cases} x=3-2y \\ 4x+8y=12 \end{cases}$ $\begin{cases} x=3-2y \\ 4x+8y=10 \end{cases}$

=-=

=-=

10. $\begin{cases} x+y+z=75 \\ y=x+13 \\ z=y+4 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x \\ z=3y \\ x+y+z=18 \end{cases}$

11. $\begin{cases} x=z+3 \\ y=x+7 \\ z+x+y=28 \end{cases}$ $\begin{cases} y=2x \\ z=3y \\ x+y+z=126 \end{cases}$

12. $\begin{cases} x=4y \\ y=2z \\ x+y+z=44 \end{cases}$ $\begin{cases} y=x+2 \\ z=y+4 \\ x+y+z=62 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x+y-z=0 \\ 3x+4y+9z=0 \\ 7x+9y+17z=-14 \end{cases}$

=-=

14. $\begin{cases} x+2y+3z-t=5 \\ 2x+3y+5z+2t=9 \\ 5x+9y+12z+t=10 \\ -3x+2y+z+5t=31 \end{cases}$

Algebra elementare : ad uso dei licei / Francesco G. Tricomi.
Messina : G. Principato, 1940.

=-=

15. $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{125}{49} \\ xy=245 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{18}{24} \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$

=-=

Soluzioni

=-=

$$\begin{cases} x+y=18 \\ x-y=4 \end{cases} \begin{cases} x=18-y \\ 18-y-y=4 \end{cases} \begin{cases} x=18-y \\ -y-y=4-18 \end{cases} \begin{cases} x=18-y \\ -2y=-14 \end{cases} \begin{cases} x=18-y=18-7=11 \\ y={-14}/{-2}=7 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} y=2x \\ x+y=84 \end{cases} \begin{cases} y=2x \\ x+2x=84 \end{cases} \begin{cases} y=2x \\ 3x=84 \end{cases} \begin{cases} y=2x \\ x={84}/{3} \end{cases} \begin{cases} y=2x=2\cdot 28=56 \\ x=28 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} x+y=27 \\ y=x-9 \end{cases} \begin{cases} x-9+x=27 \\ y=x-9 \end{cases} \begin{cases} 2x=27+9 \\ y=x-9 \end{cases} \begin{cases} x=\dfrac{36}{2}=18 \\ y=x-9=18-9=9 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} x+y=40 \\ y+2=2x \end{cases} \begin{cases} x+y=40 \\ y=2x-2 \end{cases} \begin{cases} 2x-2+x=40 \\ y=2x-2 \end{cases} \begin{cases} 3x=40+2 \\ y=2x-2 \end{cases} \begin{cases} x=\dfrac{42}{3}=14 \\ y=2x-2=28-2=26 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} y=4x \\ y-x=51 \end{cases} \begin{cases} y=4x \\ 4x-x=51 \end{cases} \begin{cases} y=4x \\ 3x=51 \end{cases} \begin{cases} y=4x=4\cdot 17=68 \\ x={51}/{3}=17 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} x+y=20 \\ x-y=4 \end{cases} \begin{cases} x=20-y \\ 20-y-y=4 \end{cases} \begin{cases} x=20-y \\ -y-y=4-20 \end{cases} \begin{cases} x=20-y \\ -2y=-16 \end{cases} \begin{cases} x=20-y=20-8=12 \\ y={-16}/{-2}=8 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} x+y=99 \\ y=3x+3 \end{cases} \begin{cases} y=99-x \\ 99-x=3x+3 \end{cases} \begin{cases} y=99-x \\ 3x+x=99-3 \end{cases} \begin{cases} y=99-x \\ 4x=96 \end{cases} \begin{cases} y=99-x=99-24=75 \\ 4x={96}/{4}=24 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} x+y=52 \\ y=\dfrac{5}{8}x \end{cases} \begin{cases} x+\dfrac{5}{8}x=52 \\ y=\dfrac{5}{8}x \end{cases} \begin{cases} \dfrac{8+5}{8}x=52 \\ y=\dfrac{5}{8}x \end{cases} \begin{cases} \dfrac{13}{8}x=52 \\ y=\dfrac{5}{8}x \end{cases} \begin{cases} x=52\cdot\dfrac{8}{13} \\ y=\dfrac{5}{8}x \end{cases} \begin{cases} x=4\cdot 8=32 \\ y=\dfrac{5}{8}x=\dfrac{5}{8}\cdot 32=5\cdot 4=20 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} x-y=24 \\ y=\frac{5}{7}x \end{cases} \begin{cases} x-\frac{5}{7}x=24 \\ y=\frac{5}{7}x \end{cases} \begin{cases} \frac{7-5}{7}x=24 \\ y=\frac{5}{8}x \end{cases} \begin{cases} \frac{2}{7}x=24 \\ y=\frac{5}{7}x \end{cases} \begin{cases} x=24\cdot\frac{7}{2} \\ y=\frac{5}{7}x \end{cases} \begin{cases} x=12\cdot 7=84 \\ y=\frac{5}{7}x=\frac{5}{7}\cdot 84=5\cdot 12=60 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} x+y=135 \\ y=\frac{7}{8}x \end{cases} \begin{cases} x+\frac{7}{8}x=135 \\ y=\frac{7}{8}x \end{cases} \begin{cases} \frac{8+7}{8}x=135 \\ y=\frac{7}{8}x \end{cases} \begin{cases} \frac{15}{8}x=135 \\ y=\frac{7}{8}x \end{cases} \begin{cases} x=135\cdot\frac{8}{15} \\ y=\frac{7}{8}x \end{cases} \begin{cases} x=9\cdot 8=72 \\ y=\frac{7}{8}x=\frac{7}{8}\cdot 72=7\cdot 9=63 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} x+y=91 \\ y=\frac{4}{9}x \end{cases} \begin{cases} x+\frac{4}{9}x=91 \\ y=\frac{4}{9}x \end{cases} \begin{cases} \frac{13}{9}x=91 \\ y=\frac{4}{9}x \end{cases} \begin{cases} x=91\cdot\frac{9}{13} \\ y=\frac{4}{9}x \end{cases} \begin{cases} x=7\cdot 9=63 \\ y=\frac{4}{9}x=\frac{4}{9}\cdot 63=4\cdot 7=28 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} x-y=20 \\ y=\frac{3}{4}x \end{cases} \begin{cases} x=20+y \\ y=\frac{3}{4}(20+y) \end{cases} \begin{cases} x=20+y \\ y=15+\frac{3}{4}y \end{cases} \begin{cases} x=20+y \\ y-\frac{3}{4}y=15 \end{cases} \begin{cases} x=20+y \\ \frac{1}{4}y=15 \end{cases} \begin{cases} x=20+y=20+60=80 \\ \frac{1}{4}y=15\cdot 4=60 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \end{cases} \begin{cases} x=5-y \\ 5-y-y=3 \end{cases} \begin{cases} x=5-y \\ -y-y=3-5 \end{cases} \begin{cases} x=5-y \\ -2y=-2 \end{cases} \begin{cases} x=5-y \\ 2y=2 \end{cases} \begin{cases} x=5-y=5-1=4 \\ y=2/2=1 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} y=2x-1 \\ y=-x-1 \end{cases} \begin{cases} y=2x-1 \\ 2x-1=-x-1 \end{cases} \begin{cases} y=2x-1 \\ 2x+x=1-1 \end{cases} \begin{cases} y=2x-1=-1 \\ 3x=0 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4 \\ y=-2x-1 \end{cases} \begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4 \\ \frac{1}{2}x+4=-2x-1 \end{cases} \begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4 \\ \frac{1}{2}x+2x=-1-4 \end{cases} \begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4 \\ \frac{5}{2}x=-5 \end{cases} \begin{cases} y=\frac{1}{2}x+4=\frac{1}{2}\cdot(-2)+4=-1+4=3 \\ x=-5\cdot\frac{2}{5}=-2 \end{cases}$$

=-=

$$\begin{cases} x+y=\frac{5}{6} \\ x-y=\frac{1}{6} \end{cases} \begin{cases} x=\frac{5}{6}-y \\ \frac{5}{6}-y-y=\frac{1}{6} \end{cases} \begin{cases} x=\frac{5}{6}-y \\ -y-y=\frac{1}{6}-\frac{5}{6} \end{cases} \begin{cases} x=\frac{5}{6}-y \\ -2y=-\frac{4}{6} \end{cases} \begin{cases} x=\frac{5}{6}-y \\ 2y=\frac{2}{3} \end{cases} \begin{cases} x=\frac{5}{6}-y=\frac{5}{6}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2} \\ y=\frac{2}{3}\frac{1}{2}=\frac{1}{3} \end{cases}$$

=-=